

## Matemaattinen Logiikka

### Harjoitus 4

1. Näytä, että  $\{\phi(t/v_i)\} \models \exists v_i \phi$  kun  $t$  on termi jolle  $SMK(t, v_i, \phi)$  pätee.
2. Näytä, että  $\{\forall v_0 \exists v_1 \phi \vee \forall v_0 \exists v_1 \psi\} \models \forall v_0 \exists v_1 (\phi \vee \psi)$ .
3. Näytä, että  $\{\forall v_0 (\phi \rightarrow \psi)\} \models \exists v_0 \phi \rightarrow \exists v_0 \psi$ .
4. Näytä, että struktuurit  $M = (\mathbf{R}, <)$  ja  $N = (\mathbf{R} - \{0\}, <)$  ovat elementaarisesti ekvivalentteja. Vihje: Olkoot  $s$   $M$ :n ja  $s'$   $N$ :n tulkintajonoja siten, että niiden kuvajoukot ovat äärellisiä ja kaikilla  $i, j \in \mathbb{N}$ ,  $s(i) \leq s(j)$  joss  $s'(i) \leq s'(j)$ . Näytä, että kaikilla kaavoilla  $\phi$ ,  $M \models_s \phi$  joss  $N \models_{s'} \phi$ .
5. Tarkastellaan monisteen sivulla 36 olevaa verkkoa  $(G, R)$ . Onko alkio 8 määriteltävä tässä verkossa? Entä 10?
6. Olkoon  $M = \{x \in \mathbf{Q} \mid x \leq 0 \text{ tai } x \geq 1\}$  ja  $<$  rationaalilukujen tavallinen järjestys rajoitettuna joukkoon  $M$ . Mitkä ovat struktuurin  $(M, <)$  määriteltävät osajoukot?