

Matemaattinen Logiikka

Harjoitus 1

1. Mitkä seuraavista ovat propositiologiikan lauseita (perustele vastauksesi):

- (a) (p_1)
- (b) $((p_0 \rightarrow \neg p_1) \rightarrow p_0)$
- (c) $(p_0 \rightarrow \neg p_1)(p_0 \rightarrow p_0)$.

2. Näytä, että muotoa A2 ja A3 olevat propositiologiikan aksioomat ovat tautologioita.

Tehtävien 3, 4 ja 5 kaltaisissa tehtävissä etsimme aina ratkaisua, joka ei käytä täydellisyyslausetta. Muita monisteen lauseita, kuten Deduktiolausetta, saa käyttää (ellei muuta sanota). Myös aikaisempia tehtäviä saa käyttää.

3. Näytä, että $\vdash (\neg\neg A \rightarrow A)$.

4. Näytä, että $\vdash ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$.

5. Näytä, että $\vdash ((A \wedge B) \rightarrow A)$.

6. Näytä, että seuraavat ovat yhtäpitäviä:

(i) $S \vdash A$,

(ii) on olemassa äärellinen jono $(A_i)_{i \leq n}$ propositiolauseita jolla

(a) $A_n = A$,

(b) jokaisella $i \leq n$, A_i on joko S :n alkio, aksiooma tai on saatu T3:lla jonon aikaisemmista jäsenistä.