

## Tilastollinen päättely, syksy 2013 – kevät 2014

### Harjoitus 9

- (Vrt. monisteen tehtävä 5.6.) Mallina on  $Y_1, \dots, Y_n \sim N(\mu, 1)$   $\perp$ . Opiskeltuasi monisteen esimerkistä 5.5.3, kuinka kaksisuuntaisen  $z$ -testin voimafunktio johdetaan, vastaa seuraaviin:
  - Testataan hypoteesia  $H_0: \mu = 0$  vastaan  $H_1: \mu > 0$  käyttämällä yksisuuntaista  $z$ -testiä merkitsevyystasolla 0.05. Johda tämän testin voimafunktio ja hahmottele karkeasti sen kuvaajaa. Vertaa sitä kaksisuuntaisen  $z$ -testin voimaan (kuva 5.2). Miten tulkitset sen, että kaksisuuntaisen testin voima on pienempi kuin yksisuuntaisen joukossa  $\mu > 0$ ?
  - Millaiseen ongelmaan tai ongelmiin törmäät, jos yrität samalla tavalla muodostaa (yksi- tai kaksisuuntaisen)  $t$ -testin voimafunktion?  
*Apu.* Tässä ja seuraavassa tehtävässä käytä normaalijakauman taulukoita tai verkosta löytyviä laskimia (esim. <http://stattrek.com/online-calculator/normal.aspx>).
- (Vrt. monisteen tehtävä 5.7.) Jatkoa edellisen tehtävän a-kohtaan. Kuinka suuri on havaintojen lukumäärän  $n$  oltava, jotta yksisuuntaisen testin voima pisteessä  $\mu = 0.4$  olisi  $\geq 0.9$  (eli hyväksymisvirheen riski ko. pisteessä  $\leq 0.1$ )?
- Jatkoa harjoituksen 8 tehtävään 5. Johda testisuureen  $t$  indusoima 0.10-tasoinen voimafunktio ja piirrä sen kuvaaja. Mikä erityisen miellyttävä mutta harvinainen piirre esiintyy tämän testin voimafunktiossa (pienillä  $\theta$ :n arvoilla)?
- (Monisteen tehtävä 5.9.) Diskreetin satunnaismuuttujan  $Y$  jakauma riippuu parametrilla  $\theta$ , jolla on kaksi mahdollista arvoa: 0 ja 1. Vastaavat  $Y$ :n pistetodennäköisyydet on esitetty taulukossa alla.

$y$	1	2	3	4	5	6	7
$f_Y(y; 0)$	.01	.01	.01	.01	.01	.01	.94
$f_Y(y; 1)$	.06	.05	.04	.03	.02	.01	.79

Halutaan testata  $H_0: \theta = 0$  vastaan  $H_1: \theta = 1$ . Laske suhteet  $f_Y(y; 1)/f_Y(y; 0)$  ja määritä Neyman–Pearson-apulauseeseen vetoamalla voimakkain testi (esim. ilmoittamalla kriittinen alue), kun merkitsevyystasoksi valitaan 0.04. Kuinka suuri on hyväksymisvirheen todennäköisyys?

- Olkoon mallina  $Y_1, \dots, Y_n \sim P(\mu)$   $\perp$ . Tarkastellaan hypoteeseja  $H_0: \mu = \mu_0$  ja  $H_1: \mu = \mu_1$ , jossa  $0 < \mu_0 < \mu_1$ . Osoita uskottavuusosamäärää tutkimalla eli Neyman–Pearson-apulauseen avulla, että voimakkain testi saadaan testisuureesta  $\bar{y}$ .