

Tilastollinen päättely, syksy 2013 – kevät 2014

Harjoitus 8

- Seuraavassa on lueteltu sattumanvaraisessa järjestyksessä joitakin tilastollisen testin suorittamiseen liittyviä työvaiheita. Opiskeltuasi itsellesi uudet käsitteet luentomonisteesta, pohdi, missä järjestyksessä vaiheet tulee suorittaa (ts. mitkä ovat niiden keskinäiset riippuvuudet):
 - testisuureen valinta
 - aineistonkeruu (tai satunnaiskokeen suorittaminen)
 - p-arvon laskeminen
 - tilastollisen mallin määrittely
 - merkitsevyystason asettaminen
 - nollahypoteesin määrittely
 - päätös nollahypoteesin hyväksymisestä/hylkäämisestäOnko järjestys yksikäsitteisesti määrätty? Ovatko kaikki vaiheet täysin välttämättömiä testauksessa?
- Tilastollinen malli muodostuu yhdestä havainnosta $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ja mallin parametri on (μ, σ^2) . Mitkä seuraavista hypoteeseista ovat yksinkertaisia ja mitkä yhdistettyjä:
 - $\sigma^2 = 1$, b) $\mu = \log \sigma^2$, c) $P(Y > 0) = \frac{1}{2}$, d) $P(Y < -1) = P(Y > 1) = \frac{1}{4}$. Piirrä vastaavat joukot (μ, σ^2) -koordinaatistossa.
- (Vrt. monisteen tehtävä 5.2.) Kolikon harhattomuutta tutkitaan heittämällä sitä n kertaa ja kirjaamalla ylös kruunujen lukumäärä.
 - Formuloi huolellisesti asetelmaa kuvaava malli ja nollahypoteesi. Mikä on luonnollinen testisuure ja millaiset testisuureen arvot puhuvat nollahypoteesia vastaan?
 - Heittoja on $n = 10$ ja saadaan 3 kruunua. Laske vastaava p-arvo ja pohdi, voidaanko kolikkoa pitää harhattomana.
 - Muuttuvatko johtopäätöksesi, jos $n = 100$ ja saadaan 30 kruunua? (Käytä binomijakauman normaaliaproksimaatiota.)
- (Vrt. monisteen tehtävä 5.3.) Kemiantehtaassa kone annostelee erästä kemikaalia kanistereihin. Oletetaan, että kerralla annostellun kemikaalin määrä (litroina) noudattaa normaalijakaumaa. Pyrkimyksenä on säätää kone siten, että keskimääräinen annos μ on 10 ja keskihajonta σ korkeintaan 0.2. Tutkittiin 20 kanisteria ja havaittiin, että niissä oli kemikaalia keskimäärin $\bar{y} = 9.86$ (litraa), keskihajonnan ollessa $s = 0.30$. Testaa kaksisuuntaisella t -testillä ja yksisuuntaisella χ^2 -testillä, onko kone säädön tarpeessa. Käytä 1 %:n merkitsevyystasoa.

KÄÄNNÄ!

5. Olkoot Y_1 ja Y_2 kaksi riippumatonta havaintoa tasajakaumasta $Tas(0, \theta)$, jossa $\theta > 0$. Halutaan testata hypoteesia $H_0: \theta \geq 2$ vastaan $H_1: \theta < 2$. Testisuurena on $T = \max(Y_1, Y_2)$.
- a) Millaiset testisuureen arvot t todistavat mielestäsi H_0 :aa vastaan ja H_1 :n puolesta: pienet vai suuret? Miksi?
- b) Mitkä t johtavat H_0 :n hylkäämiseen ja H_1 :n hyväksymiseen merkitsevyystasolla 0.10? Mitkä ovat näitä vastaavat havaintoparit (y_1, y_2) eli mikä on ns. kriittinen alue? Piirrä siitä kuva. [Apu. T :n jakauma on selvitetty harjoituksen 4 tehtävässä 5.]
- c) Onko olemassa sellaisia aineistoja (y_1, y_2) , jollaisen havaitessasi voisit *varmuudella* sanoa, että H_0 pätee ja H_1 ei päde tai vastaavasti että H_0 ei päde ja H_1 pätee?